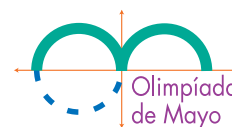


XXIII OLIMPÍADA de MAIO
Segundo Nível
Maio de 2017



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar os problemas até 27 de maio.

PROBLEMA 1

Dizemos que um número inteiro positivo é *ascendente* se os seus algarismos lidos da esquerda para a direita estão por ordem estritamente crescente. Por exemplo, 458 é ascendente e 2339 não é.

Determina o maior número ascendente que é múltiplo de 56.

PROBLEMA 2

No quadro estão escritos vários números reais diferentes. Se a, b, c são três destes números, distintos entre si, pelo menos uma das somas $a+b, b+c, c+a$ também é um dos números do quadro. Qual é a maior quantidade de números que podem estar escritos no quadro?

PROBLEMA 3

No quadrilátero $[ABCD]$ o ângulo BCD é obtuso e $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. O ponto P , no interior do quadrilátero, é tal que $[BCDP]$ é um paralelogramo. A reta AP interseca o lado $[BC]$ no ponto M , $\overline{BM} = 2$, $\overline{MC} = 5$ e $\overline{CD} = 3$.

Determina o comprimento de $[AM]$.

PROBLEMA 4

Consideramos todos os números de 7 algarismos que se obtêm permutando de todas as maneiras possíveis os algarismos de 1234567. Quantos destes números são divisíveis por 7?

PROBLEMA 5

A Ababa joga com uma palavra formada pelas letras do seu nome seguindo certas regras:

Se encontra um A seguido imediatamente de um B pode substituí-los por BAA.

Se encontra dois B consecutivos pode apagá-los.

Se encontra três A consecutivos pode apagá-los.

A Ababa começa com a palavra ABABABAABAAB. Com as regras anteriores, quantas letras tem a palavra mais curta a que pode chegar? E porque não pode chegar a uma palavra mais curta?