

**XIX<sup>a</sup> OLIMPIÁDA de MAIO**  
**Segundo Nível**  
**Maio de 2013**



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular; não podes consultar livros nem apontamentos.

Justifica cada uma das respostas.

Ao participar comprometes-te a não divulgar (colocar na internet) os problemas até 25 de maio.

**PROBLEMA 1**

A Sofia somou os números das páginas de um livro começando por 1 na primeira página e obteve 2013. O Pablo viu como ela calculou a soma e verificou que a Sofia saltou uma página. Quantas páginas tem o livro e que número de página saltou?

**PROBLEMA 2**

Tens uma régua não numerada e um *trissetor* que marca em qualquer segmento os dois pontos que o dividem em três partes iguais. Construir o ponto médio de um segmento dado utilizando exclusivamente estas duas ferramentas.

**PROBLEMA 3**

No plano, marcam-se vários pontos distintos e traçam-se todos os segmentos determinados por esses pontos. Uma reta  $r$  não passa por nenhum dos pontos marcados e intersesta exatamente 60 dos segmentos que traçámos. Quantos segmentos a reta  $r$  não intersesta? Indica todas as possibilidades.

**PROBLEMA 4**

É possível escrever 100 números ímpares numa fila de tal forma que a soma de cada 5 números adjacentes seja um quadrado perfeito e que a soma de cada 9 números adjacentes também seja um quadrado perfeito?

**PROBLEMA 5**

Têm-se 600 cartões, o número 5 está escrito em 200 cartões, o número 2 está escrito em 200 cartões e os outros 200 têm o número 1. Usando estes cartões querem-se formar grupos de tal forma que em cada grupo a soma dos números seja 9. Qual é o maior número de grupos que se pode formar?