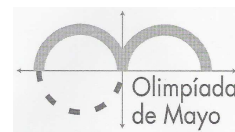


XII OLIMPÍADA de MAIO
Primeiro nível
Maio de 2006



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não podes usar máquina de calcular nem consultar livros e apontamentos.

Justifica cada uma das tuas respostas.

Não deves divulgar os problemas até dia 25 de Maio.

PROBLEMA 1

Um calendário digital mostra a data: dia, mês e ano, com 2 algarismos para o dia, 2 algarismos para o mês e 2 algarismos para o ano. Por exemplo, 01 – 01 – 01 é o primeiro de Janeiro de 2001 e 25 – 05 – 23 é o dia 25 de Maio de 2023. Em frente ao calendário há um espelho. Os algarismos do calendário são como os da figura



Se 0,1,2,5 e 8 se reflectem, respectivamente, em 0,1,5,2 e 8 e os outros algarismos perdem sentido ao reflectir-se, determina quantos dias deste século, ao reflectirem-se no espelho, também correspondem a uma data.

PROBLEMA 2

Um rectângulo de papel de 3 cm por 9 cm é dobrado ao longo de uma linha recta fazendo coincidir dois vértices opostos. Deste modo forma-se um pentágono. Calcula a sua área.

PROBLEMA 3

O Miguel colocou 20 pontos alinhados, separados pela mesma distância:



O Miguel tem de pintar de vermelho três ou mais destes pontos de maneira que os pontos vermelhos estejam separados pela mesma distância e seja impossível pintar de vermelho mais algum ponto sem violar a condição anterior. Determinar de quantas maneiras pode o Miguel cumprir a sua tarefa.

PROBLEMA 4

Com 150 cubinhos brancos $1 \times 1 \times 1$ forma-se um prisma $6 \times 5 \times 5$, pintam-se as suas seis faces de azul e desmancha-se o prisma. A Lucrecia quer formar um novo prisma, sem buracos, usando exclusivamente cubinhos que tenham pelo menos uma face azul e de modo que as faces do prisma da Lucrecia sejam todas completamente azuis. Quais são as dimensões do prisma com maior volume que a Lucrecia pode formar?

PROBLEMA 5

Coloca-se uma ficha nalgumas casas de um tabuleiro 10×10 de maneira que se cumpra a seguinte propriedade:

"Para cada casa que tenha um ficha, a quantidade de fichas colocadas na sua fila deve ser maior que o número de fichas colocadas na sua coluna."

Quantas fichas pode haver no tabuleiro?

Determina todas as possibilidades.